

УДК 53.043

## РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПУЧКОВ УСКОРЕННЫХ ЭЛЕКТРОНОВ ПРИ СКОЛЬЗЯЩЕМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

© 2025 г. Л. А. Жилияков<sup>а, \*</sup>, В. С. Куликаускас<sup>а</sup>, А. А. Пронкин<sup>б</sup>

<sup>а</sup>Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, НИИЯФ им. Д.В. Скобельцына, Москва, 119991 Россия

<sup>б</sup>Объединенный институт высоких температур РАН, Москва, 125412 Россия

\*e-mail: zhiliakovla@mail.ru

Поступила в редакцию 27.09.2024 г.

После доработки 10.11.2024 г.

Принята к публикации 10.11.2024 г.

Выполнен расчет параметров электромагнитного излучения, которое должно генерироваться при гайдинге ускоренных электронов (протяженном скользющем взаимодействии ускоренных электронов с диэлектрической поверхностью), прижимаемых к поверхности диэлектрической пластины внешним электрическим полем. Модель эффекта (гайдинга) предложена на основе анализа решения уравнения Гамильтона для движения электронов во внешнем электрическом поле и в электростатическом поле, создаваемом электронами, осевшими на поверхности диэлектрической пластины. Суперпозиция этих полей приводит к тому, что электроны во время гайдинга испытывают поперечные колебания относительно поверхности пластины, т.е. приобретают поперечное ускорение. А это, как известно, должно привести к генерации электромагнитного излучения, частота и интенсивность которого зависят от энергии электрона, подобно излучению ондуляторов и вигглеров. Расчет показывает, что при гайдинге электронов в зависимости от их энергии должно генерироваться излучение. Максимум его интенсивности находится в области от ИК- до радиодиапазона.

**Ключевые слова:** эффект гайдинга, пучок ускоренных электронов, диэлектрическая стенка, формула Лармора, электромагнитное излучение.

**DOI:** 10.31857/S1028096025040157, **EDN:** FCYZVU

### ВВЕДЕНИЕ

В [1] показано, что при гайдинге пучков ускоренных электронов, прижимаемых к поверхности диэлектрической пластины внешним электрическим полем, должно генерироваться электромагнитное излучение за счет того, что при таком взаимодействии электроны приобретают поперечное ускорение. Это излучение подобно тому, что возникает в магнитном поле, создаваемом ондуляторами и вигглерами [2–12].

Также в [1] было показано, что при хаотическом расположении заряженных частиц, осевших на диэлектрическую поверхность, и при наличии заземленного электрода, расположенного

на обратной стороне диэлектрической пластины (в результате индуцированные в нем электрические заряды создают поле зарядов-изображений), никакого отталкивания пролетающей над пластиной заряженной частицы нет. В этом случае все частицы под действием внешнего прижимающего поля падают на поверхность пластины независимо от поверхностной плотности осевших заряженных частиц. Электроны могут отталкиваться от поверхности пластины, только если на поверхности осевшие электроны образуют плоскую гексагональную кристаллическую решетку [1, 13]. В описываемом случае отталкивание пучков от поверхности диэлектрической пластины происходит в электрическом поле, создаваемом

электронами, осевшими на поверхность пластины. Сила отталкивания возникает в результате действия градиентной силы, возникающей из-за упорядоченного расположения электронов на поверхности диэлектрической пластины, наподобие силы Миллера [14].

### КОМПЬЮТЕРНЫЙ РАСЧЕТ ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ ПРИ СУПЕРПОЗИЦИИ ДВУХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ

Рассмотрим суперпозицию внешнего поля, создаваемого плоским конденсатором, прижимающим частицу к поверхности диэлектрика, и суммарного поля, создаваемого адсорбированными частицами (с учетом поля, создаваемого зарядами-изображениями). Частицы, осевшие на поверхность, расположены в виде плоской гексагональной решетки с шагом  $a$  (рис. 1). Такое расположение частиц наиболее выгодно, так как оно создает минимальное электрическое поле в каждом узле решетки [13]. В [15] показано, что, если заряженная частица движется под малым углом  $\alpha$  к кристаллографическому направлению  $\langle 21 \rangle$  (рис. 2) и прижимается к поверхности диэлектрической пластины внешним электрическим полем, то заряженная частица бесконтактно проходит над поверхностью диэлектрической пластины [15]. Это результат того, что на заряженную частицу действует отталкивающая от поверхности сила, возникающая за счет электрического поля, создаваемого совокупностью осевших частиц. В момент отражения о поверхности импульс, получаемый частицей со стороны отталкивающего электрического поля, сравнивается по величине с импульсом, получаемым частицей со стороны внешнего поля, прижимающего ее к поверхности. Компьютерный расчет [16] показывает, что в этом случае траектория частицы напоминает траекторию движения “теннисного мячика” (рис. 1).

В настоящее время возможен только численный расчет движения заряженной частицы при ее

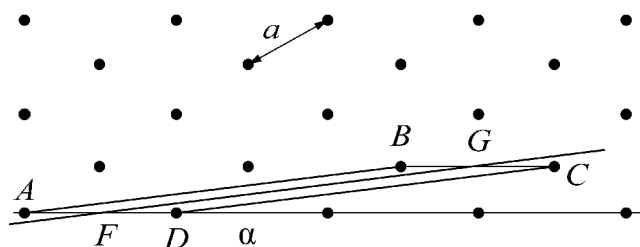
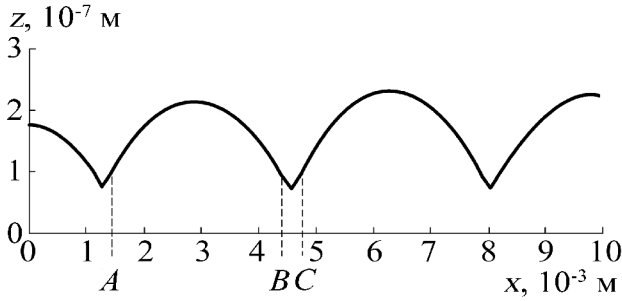


Рис. 1. Пример движения электрона при гайдинге вдоль поверхности с осевшими на нее электронами.

гайдинге во внешнем прижимающем электрическом поле. В представленной работе проводили численный расчет излучения электронов при гайдинге на основе упрощенной модели движения электрона. Эта модель предполагает, что электрон получает отталкивающий импульс при движении в электрическом поле, создаваемом электронами, осевшими на диэлектрическую пластину в областях, расположенных в нижних точках своей траектории. Остальное время электрон движется во внешнем электрическом поле, прижимающем его к поверхности диэлектрической пластины. Такая модель основана на приближении, что сетка концентрации зарядов на поверхности с учетом поля зарядов-изображений создает электрическое поле, которое экспоненциально уменьшается с увеличением расстояния от поверхности [17]. Определенную сложность представляет расчет силы, действующей на электрон в нижних точках наибольшего сближения траектории с поверхностью диэлектрика. В рамках предложенной модели движения электрон получает отталкивающий импульс в результате взаимодействия с некоторыми электронами, адсорбированными на поверхности, пролетая над которыми поперечная скорость электрона снижается до нуля, а затем электрон получает импульс поперечного движения в направлении от поверхности пластины. Конечно, такая модель довольно грубая. Моделирование выполнено на основе результатов компьютерного расчета, который производился путем численного решения системы уравнений:

$$\begin{cases} v_{yi} = v_{yi-1} + \frac{F_{yi}}{m} t \\ v_{zi} = v_{zi-1} + \frac{F_{zi}}{m} t \\ x_i = x_{i-1} + v_0 t \\ z_i = z_{i-1} + v_{zi} t \\ y_i = y_{i-1} + v_{yi} t, \end{cases} \quad (1)$$

где  $x$  — продольная координата,  $z$  и  $y$  — поперечные координаты,  $v_0$ ,  $v_z$  и  $v_y$  — продольная и поперечные скорости соответственно,  $F_z$  и  $F_y$  — силы, действующие на пролетающую частицу массой  $m$  со стороны всех предыдущих упавших на стенку поверхность зарядов и со стороны внешнего электрического поля;  $t$  — шаг по времени,  $i$  — номер шага. Продольную скорость  $v_0$  считали постоянной. Предыдущие упавшие электроны располагались в виде гексагональной плоской решетки. Соответственно, на электроны, пролетающие вдоль поверхности диэлектрической



**Рис. 2.** Траектория движения электрона между заряженными пластинами вблизи диэлектрической поверхности с осевшими на нее электронами.

пластины, действует совокупность сил всех адсорбированных электронов и их зарядов-изображений. Но, как показывает расчет, в первом приближении с учетом выше описанной зависимости предложенная модель движения электрона достаточно близко аппроксимирует реальную траекторию электрона на участке от окончания действия предыдущей области отталкивания до начала действия следующей (рис. 1). Отличие параболической траектории от траектории, рассчитанной по компьютерной модели на основе системы уравнений (1), составляет менее 0.2%. В предлагаемой модели при движении электрона над областью отталкивания на него действует постоянная сила, равная средней силе, отталкивающей электрон от поверхности. Области поверхности, в которых на электрон действует прижимающая и отталкивающая силы, представлены на рис. 2 — *AB* и *BC* соответственно. Граница между этими областями выбрана условно исходя из вида траектории: область *BC* определена, когда траектория движения электрона отличается от параболы более чем на 0.2%.

Интенсивность излучения  $I$  в зависимости от частоты  $\omega$  рассчитаем по формуле [18]:

$$\frac{dI(\omega)}{d\Omega} = \frac{e^2}{12\pi^3\epsilon_0 c} \left( \frac{\omega\rho}{c} \right)^2 \left( \frac{1}{\gamma^2} + \theta^2 \right)^2 \times \left[ K_{2/3}^2(\xi) + \frac{\theta^2}{1 + \gamma^2 + \theta^2} K_{1/3}^2(\xi) \right], \quad (2)$$

где  $\Omega$  — телесный угол;  $\theta$  — угол наблюдения;  $\gamma$  — релятивистский фактор;  $\xi = \frac{\omega\rho}{3c} \left( \frac{1}{\gamma^2} + \theta^2 \right)^{3/2}$ ,

$\rho = c^2/a$  — эффективный синхротронный радиус, т.е. радиус окружности, при движении по которой излучение частицы совпадает с излучением дан-

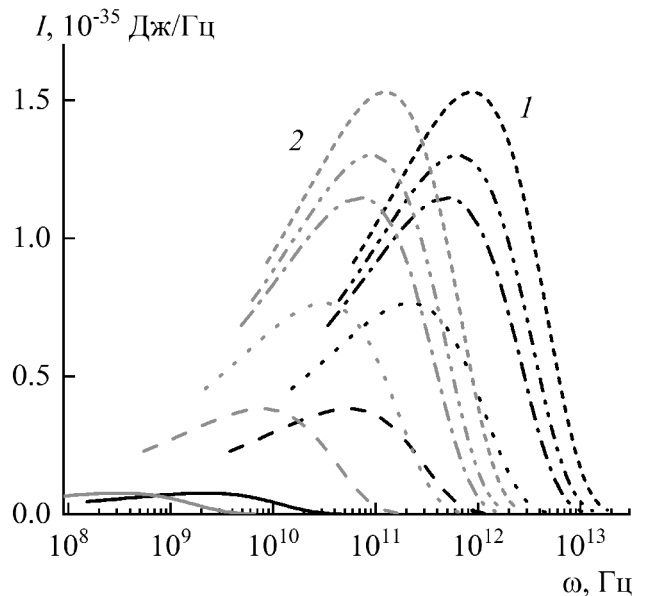
ного электрона [18];  $a$  — поперечное ускорение;  $K_{1/3}$  и  $K_{2/3}$  — модифицированные функции Бесселя [19].

Зависимость интенсивности излучения от частоты (рис. 3) получим путем интегрирования по всем углам:

$$I(\omega) \approx 2\sqrt{3} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 c} \gamma \frac{\omega}{\omega_c} \int_0^\infty K_{5/3}(x) dx, \quad (3)$$

где  $\omega_c = 3\gamma^3 \left( \frac{c}{\rho} \right)$  — критическая частота;  $K_{5/3}$  — модифицированная функция Бесселя [19].

Анализ траектории электрона вдоль поверхности (рис. 2), как сказано выше, показал, что можно выделить две области действия на электрон внешних сил: *AB* и *BC*. В первой области движение электрона происходит перпендикулярно поверхности преимущественно с ускорением под действием внешнего электрического поля. Его движение с погрешностью не более 0.2% описывается параболой, характерной для равноускоренного движения перпендикулярно поверхности при равномерном движении вдоль нее. При приближении к поверхности существенное



**Рис. 3.** Интенсивность излучения электрона, проинтегрированная по всем углам за период при гайдинге: 1 — при торможении в поле электронов на поверхности диэлектрика; 2 — при ускорении в электрическом поле конденсатора с напряженностью поля  $1.24 \times 10^6$  В/м;  $\gamma = 1$  (сплошные линии), 5 (длинный штрих), 10 (пунктир), 15 (штрихпунктир), 17 (двойной штрихпунктир), 20 (мелкий штрих).

влияние начинает оказывать сила отталкивания, и ускорение изменяется. Для определения среднего ускорения во второй области с учетом равномерного движения вдоль поверхности рассчитаем отклонение электрона от параболы в области  $AB$ . Записав выражения для скорости в двух областях и приравняв их в точке перегиба, получаем  $a_1 t_1 = a_2 t_2$ , где  $a_1$  и  $a_2$  — ускорение электрона в областях  $AB$  и  $BC$  соответственно.

Учитывая, что движение вдоль поверхности равномерное, можно переписать данное выражение через расстояние, которое проходит электрон за время  $t_1$  и  $t_2$ :

$$a_1 AB = a_2 BC.$$

Тогда отношение среднего ускорения торможения к ускорению во внешнем поле равно:

$$a_2/a_1 = AB/BC = k, \quad (4)$$

где  $k \approx 6.998$  (из анализа траектории).

Ускорение электрона во внешнем однородном электрическом поле напряженностью  $E$ , прижимающем частицу к поверхности:

$$a_1 = \frac{Ee}{m_0\gamma}, \quad (5)$$

где  $e$ ,  $m_0$  — заряд и масса покоя электрона соответственно.

Ускорение электрона при отталкивании его от заряженной поверхности записывается в виде:

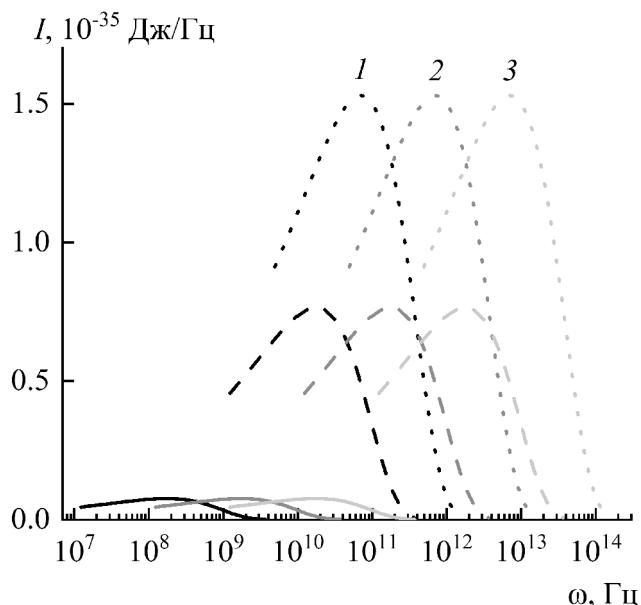
$$a_2 = k \frac{Ee}{m_0\gamma}. \quad (6)$$

Для различных значений напряженности ускоряющего поля и энергии движущегося электрона была найдена интенсивность излучения (рис. 3, 4) и построена зависимость частоты от энергии электрона при максимальной интенсивности излучения (рис. 5).

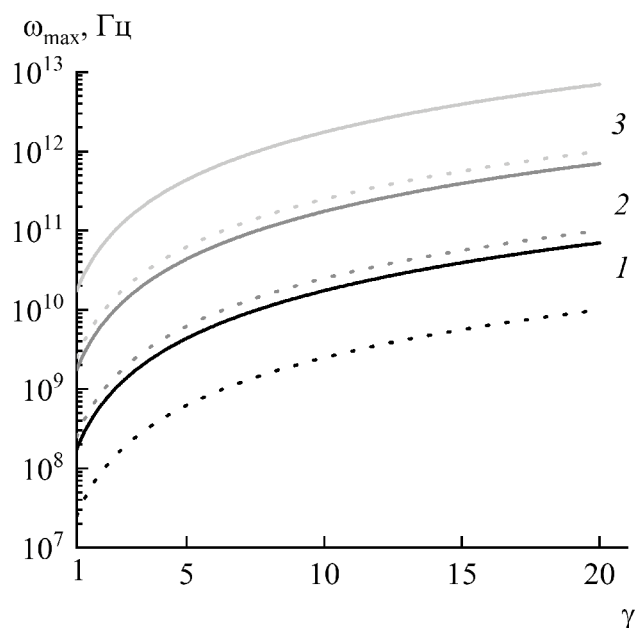
Мощность электромагнитного излучения электрона, генерируемого при гайдинге, рассчитаем по формуле Лармора [18, 20]:

$$P = \frac{e^2 a^2 \gamma^4}{6\pi\epsilon_0 c^3}. \quad (7)$$

В рассматриваемом случае электрон движется при суперпозиции электрических полей: внешнего электрического поля с ускорением  $a_1$  и поля, создаваемого осевшими на диэлектрическую поверхность



**Рис. 4.** Зависимость интенсивности излучения при торможении у заряженной диэлектрической поверхности, расположенной в конденсаторе с напряженностью поля:  $10^5$  (1);  $10^6$  (2);  $10^7$  В/м (3);  $\gamma = 1$  (сплошные линии), 10 (пунктир), 20 (штриховые линии).



**Рис. 5.** Частота при максимальной интенсивности излучения электрона,двигающегося в электрическом поле конденсатора напряженностью  $10^5$  (1),  $10^6$  (2),  $10^7$  В/м (3) со средним ускорением торможения в поле электронов, осевших на диэлектрической поверхности (сплошные линии), и с ускорением в приложенном внешнем электрическом поле (пунктирные линии).

электронами и создающего отталкивающее от поверхности ускорение  $a_2$ . Соответственно, средняя мощность излучения электрона будет складываться из мощностей его излучения на участках  $AB$  и  $BC$  с учетом времени прохождения этих участков:

$$P_{\text{ср}} = \frac{\left( \frac{ke^2 a_1^2 \gamma^4}{6\pi\epsilon_0 c^3} + \frac{k^2 e^2 a_1^2 \gamma^4}{6\pi\epsilon_0 c^3} \right)}{k+1} = \frac{ke^2 a_1^2 \gamma^4}{6\pi\epsilon_0 c^3}. \quad (8)$$

Считаем, что в пучке электронов при гайдинге каждый электрон движется независимо. Соответственно, мощность излучения пучка электронов будет равна:

$$P_{\text{пучка}} = P_{\text{ср}} I/e, \quad (9)$$

где  $I$  — ток пучка. В итоге получаем:

$$P_{\text{пучка}} = \frac{E^2 e^3 \gamma^2 k I}{6\pi\epsilon_0 c^3 m_0^2}. \quad (10)$$

В рассмотренном примере  $\gamma = 17$ ,  $E = 1.24 \times 10^6$  В/м. При токе пучка 1 мА получаем мощность излучения:  $P_{\text{пучка}} = 3.4$  Вт с двумя максимумами при  $10^{11}$  и  $10^{12}$  Гц.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложена модель, в которой при скользящем взаимодействии пучка электронов, прижимаемого к диэлектрической поверхности внешним поперечным электрическим полем, должно генерироваться электромагнитное излучение. Проведенный расчет показывает, что для внешнего однородного электрического поля в зависимости от энергии пучка максимум излучения лежит при длинах волн от ИК- до радиодиапазона.

## КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Zhilyakov L.A., Kulikauskas V.S. // J. Surf. Invest.: X-ray, Synchrotron Neutron Tech. 2024. V. 18. № 2. P. 424. <https://doi.org/10.1134/S102745102402040X>
2. Винокуров Н.А., Левичев Е.Б. // УФН. 2015. Т. 185. Вып. 9. С. 917. <https://doi.org/10.3367/UFNr.0185.201509b.0917>
3. Алферов Д.Ф., Башмаков Ю.А., Черенков П.А. // УФН. 1989. Т. 157. Вып. 3. С. 389.
4. Жуковский К.В. // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3. Физика. Астрономия. 2017. № 2. С. 29.
5. Смоляков Н.В. // ЖТФ. 1992. Т. 62. № 3. С. 137.
6. Кульчин Ю.Н. Ускорители заряженных частиц и синхротронное излучение. ДВФУ: Владивосток, 2021. 105 с.
7. Михайлин В.В., Смирнов И.М. Синхротронное излучение. М.: Знание, 1988. 64 с.
8. Шкаруба В.А., Брагин А.В., Волков А.А. и др. // Изв. РАН. Сер. физ. 2023. Т. 87. № 5. С. 627. <https://doi.org/10.31857/S0367676522701289>
9. Цуканов В.М., Хрущев С.В., Волков А.А. и др. // Изв. РАН. Сер. физ. 2023. Т. 87. № 5. С. 660. <https://doi.org/10.31857/S0367676522701277>
10. Стрельников Н.О. Проблемы создания прецизионных ондуляторов на постоянных магнитах для рентгеновских на свободных электронах: Дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.04.20. Новосибирск: ИЯФ СО РАН, 2016. 135 с.
11. Kinjo R., Tanaka T. // Phys. Rev. 2014. V. 17. P. 122401. <https://doi.org/10.1103/PhysRevSTAB.17.122401>
12. Зорин А.В., Мезенцев Н.А., Цуканов В.М. // Изв. РАН. Сер. физ. 2013. Т. 77. № 9. С. 1354.
13. Жияяков Л.А., Пронкин А.А. // Поверхность. Рентген., синхротрон. и нейтрон. исслед. 2011. № 3. С. 85.
14. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. // Теоретическая физика. Механика. Т. 1. М.: Физматлит, 2004. 224 с.
15. Вохмянина К.А., Жияяков Л.А., Похил Г.П. и др. // Изв. РАН. Сер. физ. 2006. Т. 70. № 6. С. 828.
16. Жияяков Л.А., Куликаускас В.С. // Поверхность. Рентген., синхротрон. и нейтрон. исслед. 2022. № 6. С. 71. <https://doi.org/10.31857/S1028096022060188>
17. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Т. 5. М.: Мир, 1965. 292 с.
18. Джексон Дж. Классическая электродинамика. М.: Мир, 1965. 703 с.
19. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. М.: Наука, 1977. 344 с.
20. Петров Е.Ю. Излучение электромагнитных волн движущимися заряженными частицами. Нижний Новгород: НГУ, 2019. 89 с.

## Calculation of Parameters of Electromagnetic Radiation of Accelerated Electron Beams During Sliding Interaction with a Dielectric Surface

L. A. Zhilyakov<sup>1,\*</sup>, V. S. Kulikauskas<sup>1</sup>, A. A. Pronkin<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Lomonosov Moscow State University, Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics, Moscow, 119991 Russia*

<sup>2</sup>*Joint Institute for High Temperatures RAS, Moscow, 125412 Russia*

*\*e-mail: zhiliakovla@mail.ru*

The parameters of electromagnetic radiation that should be generated during guiding of accelerated electrons (extended sliding interaction of accelerated electrons with a dielectric surface) pressed to the surface of a dielectric plate by an external electric field are calculated. The model of the effect (guiding) is proposed based on an analysis of the solution to the Hamilton equation for the motion of electrons in an external electric field and in an electrostatic field created by electrons deposited on the surface of a dielectric plate. Superposition of these fields leads to the fact that during guiding electrons experience transverse vibrations relative to the surface of the plate, i.e. acquire lateral acceleration. And this, as is known, should lead to the generation of electromagnetic radiation, the frequency and intensity of which depend on the electron energy, similar to the radiation of undulators and wigglers. Calculations show that when electrons are guided, radiation should be generated depending on their energy. The maximum of its intensity is in the region from IR to the radio frequency range.

**Keywords:** guiding effect, accelerated electron beam, dielectric wall, Larmor formula, electromagnetic radiation.