

УДК 538.911

## МАГНИТОЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ФЕРРОМАГНИТНЫХ ЧАСТИЦ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

© 2025 г. Т. С. Шапошникова<sup>a,\*</sup>, Р. Ф. Мамин<sup>a, \*\*</sup>

<sup>a</sup>Казанский физико-технический институт им. Е.К. Завойского ФИЦ Казанский научный центр РАН,  
Казань, 420029 Россия

\*e-mail: t\_shap@kfti.knc.ru

\*\*e-mail: mamin@kfti.knc.ru

Поступила в редакцию 19.08.2024 г.

После доработки 16.10.2024 г.

Принята к публикации 16.10.2024 г.

В рамках феноменологического подхода изучено возникновение неоднородного магнитного состояния и связанное с этим появление неоднородной электрической поляризации в объеме малых магнитных частиц. Микроскопический механизм такой связи намагниченности с поляризацией обусловлен спин-орбитальным взаимодействием. Конкретный вид намагниченности и поляризации определяется формой и размерами частиц цилиндрической формы. Используя выражение свободной энергии для намагниченности, мы получили выражение для неоднородного распределения намагниченности в виде трехмерных магнитных вихрей. Вихревое состояние возникает только для цилиндров с радиусом больше определенного критического значения, а для частиц с меньшим радиусом возникает однородное магнитное состояние. В вихревом состоянии появляется неоднородная электрическая поляризация. Векторы локальной поляризации имеют вид лучей, направленных к оси цилиндра. Определена область существования таких неоднородных состояний. Рассмотрено изменение локальной электрической поляризации малых магнитных частиц цилиндрической формы во внешнем магнитном поле. Получено выражение для магнитоэлектрической восприимчивости.

**Ключевые слова:** магнитные частицы, электрическая поляризация, феноменологическая теория фазовых переходов, спин-орбитальное взаимодействие, магнитоэлектрический эффект.

**DOI:** 10.31857/S1028096025010102, **EDN:** AATKWG

### ВВЕДЕНИЕ

Малые магнитные частицы субмикронного размера и неоднородные магнитные состояния подобных размеров в последние годы привлекают большое внимание в связи с возможностью их практического применения [1–12]. Они могут использоваться как маркеры в медицинских целях [5] и являются потенциальными кандидатами для использования в качестве элементов памяти в жестких дисках высокой плотности. Однако с увеличением размера частиц их магнитное состояние изменяется, и эти состояния могут становиться пространственно-неоднородными [3–5]. Аналогично ведут себя и неоднородные магнитные образования, подобные скирмionам,

возникающие в однородных магнетиках [12]. Существуют материалы с различными типами структурного, магнитного и зарядового упорядочения, например, манганиты, высокотемпературные купратные сверхпроводники и мультиферроики. Разделение фаз в этих материалах часто сопровождается неоднородным распределением заряда [6–9].

Соединения с магнитоэлектрическими свойствами, большая часть которых является мультиферроиками, представляют большой научный и практический интерес. Чаще всего магнитоэлектрическими свойствами обладают те мультиферроики, которые одновременно являются антиферромагнетиками и сегнетоэлек-

триками [10]. Существуют соединения, в которых спонтанная намагниченность и спонтанная сегнетоэлектрическая поляризация возникают независимо друг от друга, но существует взаимодействие между этими двумя параметрами порядка [11]. В этом случае магнитоэлектрический эффект определяется таким взаимодействием. Кроме того, существуют соединения, в которых возникает неоднородный магнитный порядок в некоторой области существования. Тогда определенного рода неоднородный магнитный порядок генерирует возникновение поляризации за счет спин-орбитального взаимодействия [6–8]. В этом случае магнитоэлектрический эффект связан непосредственно с характером появления сегнетоэлектрической поляризации в магнитной среде. Такого рода состояния и такой механизм магнитоэлектрического эффекта рассмотрены в настоящей работе.

Недавно было показано, что неоднородные состояния в виде цилиндрических областей могут применяться для записи и манипуляции информацией, а также различных алгоритмов вычислений в современных компьютерах [12, 13]. Перемещать и управлять этими состояниями можно с помощью спин-поляризованного тока [13]. Поэтому такие состояния перспективны как новый прототип для реализации компьютерных вычислений.

В данной работе рассмотрено возникновение таких магнитных состояний вблизи фазового перехода в ферромагнитное состояние и определена область их существования. Также мы покажем, что могут возникать магнитоэлектрические состояния в цилиндрических областях с неоднородной намагниченностью, обусловленной размерными эффектами. Получено пространственное распределение неоднородной электрической поляризации, возникающей в таких областях вследствие пространственной неоднородности намагниченности. Расчеты проводились в рамках феноменологической теории фазовых переходов. В этом случае возникает более энергетически выгодная возможность управления такими состояниями с помощью внешнего электрического поля без протекания тока.

## МЕТОДИКА

Для трехмерной частицы ферромагнетика вблизи температуры Кюри, имеющей парамагнитное окружение, гармоническая часть свободной энергии Ландау–Гинзбурга–Девоншира [16] вблизи фазового перехода второго рода имеет следующий вид:

$$F = \int dV \left( \frac{A}{2} \mathbf{m}^2 + \frac{g}{2} (\nabla \mathbf{m})^2 \right) + F_{EM}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{m}$  — локальная намагниченность;  $V$  — объем частицы;  $\nabla$  — векторный дифференциальный оператор;  $A$  — определяет обменное взаимодействие;  $A = A'(T - T_c)$ ;  $T_c$  — температура магнитного фазового перехода объемного образца;  $A'$  — константа;  $g$  — градиентный член, полученный в [16]. Интегрирование производится по объему частицы. Неоднородный магнитоэлектрический эффект вносит вклад в свободную энергию кристалла  $F_{EM}$ , который имеет следующий вид для объемного кристалла [16, 17] (инвариант типа Лифшица):

$$F_{EM} = \int dV \gamma \mathbf{E} (\mathbf{m} (\nabla \mathbf{m}) - (\mathbf{m} \nabla) \mathbf{m}), \quad (2)$$

где  $\mathbf{E}$  — напряженность электрического поля,  $\gamma$  — константа магнитоэлектрической связи. Будем считать, что вклад в энергию, связанный с магнитоэлектрическим эффектом, мал, т.е. мала константа  $\gamma$ . Тогда при определении намагниченности можно сначала пренебречь членом  $F_{EM}$ . Эффективное магнитное поле  $\mathbf{H}^{\text{eff}}(\mathbf{r}, t)$  определяется как вариация изменения свободной энергии  $F - F_{EM}$  по магнитному моменту  $\mathbf{m}$ :

$$\mathbf{H}^{\text{eff}}(\mathbf{r}, t) = -\delta(F - F_{EM}) / \delta \mathbf{m}. \quad (3)$$

## РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Рассмотрим ферромагнитную частицу цилиндрической формы, имеющую парамагнитное или немагнитное окружение. Тогда локальная намагниченность в цилиндрической системе координат имеет вид:  $\mathbf{m}(\rho, \alpha, z)$ . Здесь  $\rho$ ,  $\alpha$  и  $z$  — координаты цилиндрической системы координат, ось  $z$  направлена вдоль оси частицы цилиндрической формы. Начало цилиндрической системы координат помещаем в центр частицы,  $\rho$  — это расстояние от оси  $z$  (внутри частицы цилиндрической формы  $0 \leq \rho \leq R$ ,  $R$  — это радиус основания цилиндра), угол  $\alpha$  ( $0 \leq \alpha \leq 2\pi$ ) откладываем от оси  $x$  декартовой системы координат в плоскости  $xy$ . Для определения пространственного распределения вектора магнитного момента  $\mathbf{m}$ , а в последующем и вектора электрической поляризации  $\mathbf{p}$ , рассмотрим вариацию  $\delta(F - F_{EM})$  по  $\delta m_\alpha$ . Если эта вариация равна нулю, т.е. равна нулю проекция эффективного поля на ось  $\alpha$ , то намагниченность является решением уравнения:

$$\begin{aligned} & \left( A + \frac{g}{\rho^2} \right) m_\alpha - \frac{g}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial m_\alpha}{\partial \rho} \right) - \\ & - \frac{g}{\rho^2} \frac{\partial^2 m_\alpha}{\partial \alpha^2} - \frac{2g}{\rho^2} \frac{\partial m_\alpha}{\partial \alpha} = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Уравнение (4) получено в случае, если выражение  $F - F_{EM}$ , записанное в цилиндрической системе координат, имеет вид:

$$\begin{aligned} F - F_{EM} = & \\ = \int \left( \frac{A}{2} \mathbf{m}^2 + \frac{g}{2} \left( \left( \frac{\partial m_\rho}{\partial \rho} \right)^2 + \left( \frac{\partial m_\alpha}{\partial \rho} \right)^2 + \frac{1}{\rho^2} \times \right. \right. & \\ \times \left. \left[ \left( \frac{\partial m_\rho}{\partial \alpha} - m_\alpha \right)^2 + \left( \frac{\partial m_\alpha}{\partial \alpha} - m_\alpha \right)^2 \right] \right) \times & \\ \times \rho d\rho d\alpha dz. & \end{aligned} \quad (5)$$

Рассмотрим решение уравнения (4), которое имеет вид вихря (см. рис. 1). Если  $m_\rho$  не зависит от угла  $\alpha$ , а  $m_\alpha = m_\alpha(\rho)$ , то в уравнении (4) третье и четвертое слагаемые будут равны нулю. Одно из возможных решений уравнения (4) при  $A < 0$  имеет вид:

$$m_c = 0, m_z = 0, m_\alpha(\rho) = C J_1 \left( \sqrt{-A/g} \rho \right), \quad (6)$$

где  $C = \text{const}$ , а  $J_1(x)$  — функция Бесселя 1-го порядка. Для  $A > 0$  действительные решения уравнения (4) отсутствуют. Для  $A < 0$  граничное условие в виде свободной поверхности ( $dm_\alpha/d\rho = 0$  при  $\rho = R$ ) выполняется в случае, если

$$A = -g(\beta_n / R)^2, \quad (7)$$

где  $\beta_n$  —  $n$ -ый корень уравнения  $dJ_1(x)/dx = 0$ ;  $\beta_1 = 1.8$  — наименьший корень.

Для кубических кристаллов допустимой формой магнитно-индукционной электрической поляризации [16, 18] является выражение, которое связано с производной магнитоэлектрического вклада в свободную энергию (2) по  $E$ , и равно:

$$\mathbf{p} = \gamma ((\mathbf{m} \cdot \nabla) \cdot \mathbf{m} - \mathbf{m} \cdot (\nabla \cdot \mathbf{m})), \quad (8)$$

где  $\gamma$  — это константа. Выражение (8) получено для случая, когда электрическая поляризация обусловлена спин-орбитальным взаимодействием [16, 19, 20] или спиновым флексоэлектрическим [21–23].

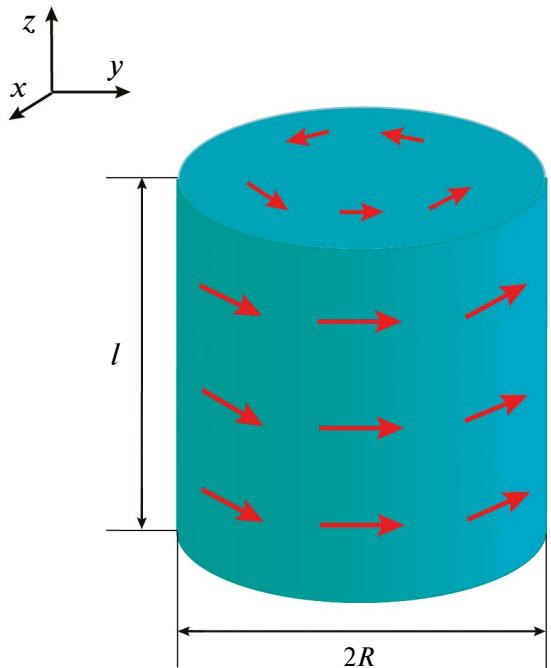


Рис. 1. Распределение намагниченности на поверхности цилиндрической частицы в вихревом магнитном состоянии (6).

Найдем поляризацию частицы цилиндрической формы с радиусом  $R$  и длиной  $l \gg R$ , подставив выражения для намагниченности (4) в (8) и используя (7). Локальная поляризация имеет вид:

$$\mathbf{p}(\rho) = -\gamma C^2 \frac{J_1^2(\beta_1 \rho / R)}{\rho} \mathbf{e}_\rho \quad (9)$$

и не зависит от  $z$  и  $\alpha$ . Здесь  $\rho$ ,  $\alpha$  и  $z$  — координаты цилиндрической системы координат;  $\mathbf{e}_\rho$  — единичный вектор, направленный вдоль оси  $\rho$  цилиндрической системы координат.  $J_1(x)$  — функция Бесселя первого порядка;  $\gamma$ ,  $C$  и  $\beta_1 = 1.8$  — константы. Локальная поляризация отлична от нуля, а суммарная поляризация всей частицы при этом также равна нулю, как и для частицы сферической формы [24], так как внутри частицы цилиндрической формы  $\mathbf{p}(\rho, \alpha, z) = -\mathbf{p}(\rho, \alpha + \pi, z)$ . Из выражения (9) видно, что векторы поляризации направлены против  $\mathbf{e}_\rho$ , т.е. лежат в плоскости, перпендикулярной оси  $z$ , и направлены к этой оси.

Поместим магнитную частицу цилиндрической формы, имеющую локальную намагниченность (6) и локальную поляризацию (9), в небольшое постоянное внешнее магнитное поле  $\mathbf{H}$ . Рассмотрим, как при этом изменятся намагниченность частицы и ее поляризация. Будем счи-

тать, что намагнченность при этом изменится на небольшую величину  $\delta\mathbf{m}$ , пропорциональную внешнему магнитному полю  $\mathbf{H}$ . Тогда  $\hat{\mathbf{m}} = \mathbf{m}_0 + \delta\mathbf{m}$ , где  $\mathbf{m}_0$  — намагнченность в отсутствие магнитного поля (6), а  $\delta\mathbf{m} = \chi\mathbf{H}$  (где  $\chi = \text{const}$ ) — добавка к намагнченности. Тогда поляризация также изменится на величину  $\Delta\mathbf{p}$ , и  $\mathbf{p} = \mathbf{p}(\hat{\mathbf{m}}) = \mathbf{p}(\mathbf{m}_0) + \Delta\mathbf{p}$ . Предположим, что  $\mathbf{p}(\hat{\mathbf{m}})$  и  $\mathbf{p}(\mathbf{m}_0)$  имеют вид выражений (9). Тогда для дополнительной поляризации мы получим [25]:

$$\Delta\mathbf{p} = \gamma\chi((\mathbf{H}\nabla)\mathbf{m}_0 - \mathbf{H}(\nabla\mathbf{m}_0)). \quad (10)$$

Дополнительная поляризация  $\Delta\mathbf{p} = \mathbf{p}(\mathbf{H}) - \mathbf{p}(\mathbf{H} = 0)$  в слабом внешнем магнитном поле  $\mathbf{H}$ , направленном вдоль оси цилиндра, будет равна нулю внутри цилиндра и отлична от нуля только на верхнем и нижнем основаниях цилиндра, причем суммарная дополнительная поляризация частицы будет равна нулю. Для слабого внешнего магнитного поля, лежащего в плоскости оснований цилиндрической частицы, например, направленного вдоль оси  $x$  декартовой системы координат  $\mathbf{H} = H\mathbf{e}_x$ , подставив (6) и (7) в (10), получим, что дополнительная поляризация равна:

$$\Delta\mathbf{p} = \gamma\chi CH \left[ \frac{J_1(\beta_1\rho / R)}{\rho} \sin(\alpha) \mathbf{e}_\rho + \right. \\ \left. + \frac{\partial J_1(\beta_1\rho / R)}{\partial c} \cos(\alpha) \mathbf{e}_\alpha \right]. \quad (11)$$

Здесь  $\mathbf{e}_\rho$  и  $\mathbf{e}_\alpha$  — единичные векторы, направленные вдоль осей  $\rho$  и  $\alpha$  цилиндрической системы координат соответственно. Это же выражение, записанное в виде проекций на оси декартовой системы координат, имеет вид:

$$\Delta\mathbf{p} = \gamma\chi CH \times \\ \times \left[ \sin(\alpha) \cos(\alpha) \left( \frac{J_1(\beta_1\rho / R)}{\rho} - \frac{\partial J_1(\beta_1\rho / R)}{\partial \rho} \right) \mathbf{e}_x + \right. \\ \left. + \left( \cos^2(\alpha) \frac{\partial J_1(\beta_1\rho / R)}{\partial \rho} + \sin^2(\alpha) \frac{J_1(\beta_1\rho / R)}{\rho} \right) \mathbf{e}_y \right].$$

Суммарная дополнительная поляризация всей частицы будет отлична от нуля и направлена вдоль оси  $u$  декартовой системы координат. Тогда магнитоэлектрическая восприимчивость частицы цилиндрической формы  $\chi_{ij} = \int (\partial\Delta p_i / \partial H_j) dV$  будет отлична от нуля и равна:

$$\chi_{yx} = -\chi_{xy} \approx 1.827\gamma\chi CRl. \quad (12)$$

При получении выражения (12) для магнитоэлектрической восприимчивости интегрирование проводилось по объему частицы цилиндрической формы. Здесь параметры цилиндра:  $R$  — радиус основания,  $l$  — высота.

## ОБЛАСТЬ СУЩЕСТВОВАНИЯ

Небольшие ферромагнитные частицы в нулевом внешнем магнитном поле при температуре ниже температуры Кюри могут быть однородно намагнечены, т.е. они могут состоять из одного домена. Однородные состояния ферромагнитных частиц возникают в том случае, если магнитная энергия равномерно намагнченной частицы меньше энергии неоднородно намагнченной частицы [26]. Если в нулевом внешнем магнитном поле частица, имеющая форму цилиндра, однородно намагнечена в направлении, перпендикулярном оси бесконечно длинного цилиндра, то внутри нее существует постоянное магнитное поле  $\mathbf{h} = -[(\mu + 1)]^{-1} \mathbf{M}$ , и стабильность состояния с однородной намагнченностью теряется при  $A < -[(\mu + 1)]^{-1}$ . В этом выражении  $\mu$  — магнитная проницаемость ферромагнетика. Если цилиндр имеет бесконечную длину вдоль оси  $z$  и если он намагничивается вдоль этой оси, то размагничивающий фактор равен нулю, и постоянное магнитное поле внутри цилиндра также будет равно нулю  $\mathbf{h} = 0$  [26]. Тогда  $A = 0$ , и  $T_{\text{CS}} = T_{\text{C}}$ . И состояние, описанное выше формулами (6) и (9), энергетически не выгодно. В более общем случае, например, в тонкой пленке ферромагнетика, т.е. если цилиндр имеет конечные размеры, то можно ввести константу  $n = l / 2R$ , которая характеризует относительные размеры цилиндра. Чем больше  $n$ , тем более вытянутым вдоль оси  $z$  является цилиндр. Коэффициент размагничивания такого цилиндра равен [27]:

$$N_z = \frac{1}{\frac{4n}{\sqrt{\pi}} + 1},$$

$$N_x = N_y = \frac{2n}{4n + \sqrt{\pi}}.$$

Тогда если цилиндр намагнчен вдоль оси  $i$ , то постоянное магнитное поле внутри цилиндра будет равно:  $\mathbf{h}_i = -[\mu + (1 - N_i) / N_i]^{-1} \mathbf{M}_i$ , где  $i = x, y, z$ . Выражение  $A = -[\mu + (1 - N_{\min}) / N_{\min}]^{-1}$  (здесь  $N_{\min}$  — минимальное значение из  $N_x$ ,  $N_y$  и  $N_z$ ) определяет критическую температуру  $T_{\text{CS}} =$

$= T_c - \Delta T_s$ , где  $\Delta T_s = \left[ A' \left( \mu + (1 - N_{\min}) / N_{\min} \right) \right]^{-1}$ . Поэтому для критической длины вытянутого вдоль оси  $z$  цилиндра мы имеем  $L = L_c = \beta_1(g)^{1/2} \left( \mu + (1 - N_z) / N_z \right)^{1/2}$  и для критического радиуса сплющенного вдоль оси  $z$  цилиндра мы имеем  $R = R_c = \beta_1(g)^{1/2} \times \left( \mu + (1 - N_x) / N_x \right)^{1/2}$ . Выше температуры  $T_{cs}$  основным становится неоднородное вихревое состояние, так как энергия неоднородного магнитного состояния становится меньше, чем энергия однородного магнитного состояния. Вихревое магнитное состояние существует в диапазоне температур выше  $T_{cs}$  и ниже  $T_{cv}$  (рис. 2). Такое магнитное состояние является стабильным, потому что является основным и соответствует минимуму свободной энергии системы. Верхняя граничная температура существования неоднородного вихревого состояния  $T_{cv}$  определяется из равенства  $A = -g(\beta_1 / R)^2$ . Существует критический радиус  $R_c$ , ниже которого наблюдаются только однородные магнитные состояния, для которого получаем выражение:

$$R_c = L_c / (2n) = \beta_1(g)^{1/2} \times \left( \mu + (1 - N_{\min}) / N_{\min} \right)^{1/2} / (2n).$$

Величина  $R_c$  имеет порядок величины 10–20 нм [2]. В результате мы получили выражение для нижней температурной границы области существования вихревого состояния:  $T_{cv} = T_c - \Delta T_v$ , где  $\Delta T_v = 3.24g[A'R^2]^{-1}$ . Так как величина  $g/A'$  достаточно мала для магнетиков ( $g/A' \approx 5 \times 10^{-16} \text{ м}^2 \cdot \text{К}$ ), то  $T_{cv}$  порядка  $T_c$ , например,  $\Delta T_v \approx 0.035 \text{ К}$  для  $R \approx 100 \text{ нм}$ . Иными словами, верхняя граница области существования неоднородных состояний находится вблизи  $T_c$ . Поэтому температурный интервал области существования основного вихревого состояния имеет порядок  $\Delta T_s$ . По нашим оценкам,  $\Delta T_s$  составляет несколько градусов К. Выше  $T_c \approx T_{cv}$  однородное paramagnитное состояние является основным состоянием, а ниже  $T_{cs}$  основным состоянием является однородное магнитное состояние. Следует отметить, что если в области существования основного вихревого состояния в температурном интервале  $\Delta T_s$  возникает неоднородное вихревое состояние, то оно будет существовать и при более низких температурах. Однако такое вихревое состояние будет метастабильным. Поэтому интересующие нас состояния надо генерировать в области фазового перехода, а потом можно производить с ними различные манипуляции при более низких температурах. Таков алгоритм создания объектов

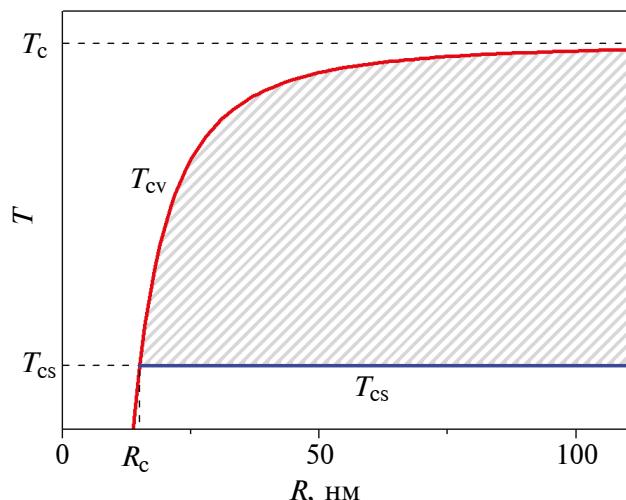


Рис. 2. Область существования неоднородного вихревого состояния намагниченности в координатах температура — радиус цилиндрической частицы:  $R_c$  — критический радиус;  $T_{cs} = T_c - \Delta T_s$  и  $T_{cv} = T_c - \Delta T_v$  — температурные границы области неоднородного вихревого состояния. Неоднородное вихревое состояние показано в виде заштрихованной области.

для компьютерных вычислений. Так как эти объекты обладают магнитными свойствами и электрической поляризацией, на них можно воздействовать как магнитным полем и спин-поляризованным током, так и электрическим полем.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследовано распределение намагниченности в малых магнитных цилиндрических частицах или ферромагнитных областях в рамках феноменологической теории фазовых переходов. Получены выражения для вихревого распределения намагниченности в этих частицах в нулевом внешнем магнитном поле, и определена область существования таких состояний. Показано, что такие частицы или области имеют критические размеры, меньше которых будет существовать только однородное магнитное состояние. Определена неоднородная электрическая поляризация, обусловленная таким распределением неоднородной намагниченности. Получено изменение локальной электрической поляризации малых магнитных частиц во внешнем магнитном поле. Таким образом, в нашей системе появляются магнитоэлектрические свойства, и электрической поляризацией можно управлять путем приложения магнитного поля. Получено выражение для магнитоэлектрической восприимчивости.

## КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Hehn M., Ounadjela K., Bucher J-P et al.* // *Science*. 1996. V. 272. No. 5269. P. 1782. <https://doi.org/10.1126/science.272.5269.1782>
2. *Cowburn R.P., Koltsov D.K., Adeyeye A.O., Welland M. E., and Tricker D. M.* // *Phys. Rev. Lett.* 1999. V. 83. No. 5. P. 1042. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.83.1042>
3. *Stapper Jr. C.H.* // *J. Appl. Phys.* 1969. V. 40. No. 2. P. 798. <https://doi.org/10.1063/1.1657466>
4. *Usov N.A., Nesmeyanov M.S.* // *Scientific Reports*. 2020. V. 10. Art. No. 10173. <https://doi.org/10.1038/s41598-020-67173-5>
5. *Peixoto L., Magalhaes R., Navas D. et al.* // *Appl. Phys. Rev.* 2020. V. 7. Art. No. 011310. <https://doi.org/10.1063/1.5121702>
6. *Sergienko I.A., Dagotto E.* // *Phys. Rev. B*. 2006. V. 73, № 9, P. 094434. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.73.094434>
7. *Cheong S.-W., Mostovoy M.* // *Nat. Mater.* 2007. V. 6. № 1, P. 13. <https://doi.org/10.1038/nmat1804>
8. *Roßler U. K., Bogdanov A. N., Pfleiderer C.* // *Nature*. 2006. V. 442. P. 17. <https://doi.org/10.1038/nature05056>
9. *Levanyuk A.P., Blinc R.* // *Phys. Rev. Lett.* 2013. V. 111. No. 9. Art. No. 097601. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.111.097601>
10. *Hill N.A.* // *J. Phys. Chem. B*. 2000. V. 104. No. 29. P. 6694. <https://doi.org/10.1021/jp000114x>
11. *Khanh N.D., Abe N., Sagayama H., Nakao A., Hanashima T., Kiyanagi R., Tokunaga Y., Arima T.* // *Phys. Rev. B*. 2016. V. 93. № 7. P. 075117. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.93.075117>
12. *Ma C., Zhang X., Xia J., Ezawa M., Jiang W., Ono T., Piramanayagam S. N., Morisako A., Zhou Y., Liu X.* // *Nano Lett.* 2019. V. 19, P. 353. <https://doi.org/10.1021/acs.nanolett.8b03983>
13. *Zheng F., Rybakov F.N., Borisov A.B., Song D., Wang S., Li Zi-An, Du H., Kiselev N.S., Caron J., Kovacs A., Tian M., Zhang Y., Brugel S., Dunin-Borkowski R.E.* // *Nature Nanotechnology*. 2018. V. 13. P. 451. <https://doi.org/10.1038/s41565-018-0093-3>
14. *Гуревич Л. Э., Филиппов Д. А.* // *Физика твердого тела*. 1986. Т. 28. № 9. С. 2696.
15. *Zhang X., Zhou Y., Song K.M., Park T.-E., Xia J., Ezawa M., Liu X., Zhao W., Zhao G., Woo S.* // *J. Phys.: Condens. Matter*. 2020. V. 32. P. 143001. <https://doi.org/10.1088/1361-648X/ab5488>
16. *Mostovoy M.* // *Phys. Rev. Lett.* 2006. V. 96. № 6. P. 067601. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.96.067601>.
17. *Логгинов А.С., Мешков Г.А., Николаев А.В., Пятаков А.П.* // *Письма в ЖЭТФ*. 2007. Т. 86. № 2. С. 124; *(Logginov A.S., Meshkov G.A., Nikolaev A.V., Pyatakov A.P.)* // *JETP Letters*. 2007. V. 86. No. 2. P. 115. <https://doi.org/10.1134/S0021364007140093>
18. *Levanyuk A.P., Blinc R.* // *Phys. Rev. Lett.* 2013. V. 111. No. 9. Art. No. 097601. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.111.097601>
19. *Дзялошинский И.Е.* // *ЖЭТФ*. 1960. Т. 37. № 3. С. 881; *Dzyaloshinskii I.E.* // *JETP*. 1960. V. 10. No. 3. P. 628.
20. *Moriya T.* // *Phys. Rev.* 1960. V. 120. No. 1. P. 91. <https://doi.org/10.1103/PhysRev.120.91>
21. *Звездин А.К., Пятаков А.П.* // *УФН*. 2009. Т. 179. № 8. С. 897. <https://doi.org/10.3367/UFNr.0179.200908i.0897>
22. *Пятаков А.П., Звездин А.К.* // *УФН*. 2012. Т. 182. № 6. С. 593. <https://doi.org/10.3367/UFNr.0182.201206b.0593>
23. *Pyatakov A.P., Sergeev A.S., Mikailzade F.A., Zvezdin A.K.* // *JMMM*. 2015. V. 383. P. 255. <https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2014.11.035>
24. *Шапошникова Т.С., Мамин Р.Ф.* // *Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования*. 2021. № 12. С. 31. <https://doi.org/10.31857/S1028096021120190;> *(Shaposhnikova T.C., Mamin R.F.)* // *J. Surf. Invest.: X-Ray, Synchrotron Neutron Tech.* 2021. V. 15. № 6. P. 1282). <https://doi.org/10.1134/S1027451021060434>
25. *Шапошникова Т.С., Мамин Р.Ф.* // *Изв. РАН. Сер. физ.* 2024. Т. 88. № 5; *(Shaposhnikova T.C., Mamin R.F.)* // *Bull. Russ. Acad. Sci. Phys.* 2024. V. 88. No. 5. P. 783. <https://doi.org/10.1134/S1062873824706597>
26. *Ландай Л.Д., Лишиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. Москва: Наука, 1982, 620 с.
27. *Sato M., Ishii Y.* // *J. Appl. Phys.* 1989. V. 66. P. 983. <https://doi.org/10.1063/1.343481>

## Magnetoelectric Properties of Cylindrical Ferromagnetic Particles

T. S. Shaposhnikova<sup>1,\*</sup>, R. F. Mamin<sup>1,\*\*</sup>

<sup>1</sup>*Zavoisky Physical-Technical Institute, FRC Kazan Scientific Center of RAS, Kazan, 420029 Russia*

\*e-mail: [t\\_shap@kfti.knc.ru](mailto:t_shap@kfti.knc.ru)

\*\*e-mail: [mamin@kfti.knc.ru](mailto:mamin@kfti.knc.ru)

In the framework of the phenomenological approach, we obtained a non-uniform vortex distribution of magnetization and the associated non-uniform electric polarization in small magnetic particles in the shape of cylinders. The microscopic mechanism of this connection between magnetization and polarization is due to spin-orbit interaction. Within the framework of the phenomenological approach, the emergence of an inhomogeneous magnetic state and the associated appearance of inhomogeneous electric polarization in the volume of small magnetic particles have been studied. The specific form for magnetization and polarization is determined by the shape and size of the cylindrical particles. Using the free energy expression for magnetization, we obtained a nonuniform distribution of magnetization in the form of three-dimensional magnetic vortices. A vortex state occurs only for cylinders with a radius greater than a certain critical value, and for particles with a smaller radius a uniform magnetic state arises. In a vortex state, non-uniform electric polarization occurs, directed in the form of rays from the cylinder axis. The region of existence of such inhomogeneous states has been determined. The change in local electric polarization of small magnetic particles in an external magnetic field is considered. An expression for the magnetoelectric susceptibility is obtained.

**Keywords:** magnetic particles, electric polarization, phenomenological theory of phase transitions, spin-orbit interaction, magnetoelectric effect.